

我要高飛

作者姓名 李仲壕 李浚名 廖俊生 王美婷 指導老師 姓名 黃仲良
學校名稱：中華傳道會劉永生中學

一. 前言

飛行，一直是人類夢寐以求想做的事。自 1903 年萊特兄弟發明了飛機之後，人類一直不斷對此進行研究和改良，飛機的類型層出不窮。而紙飛機，相信一定勾起不少人的童年回憶。現時，世界各地亦有很多紙飛機大賽，但如何摺紙飛機才能令它飛得更遠？截至目前為止，人類仍未研究出一個特定的方法去摺紙飛機，只知流線型的摺法是最佳的方法。

我們自小很愛摺紙飛機，對此感興趣，而且想研究出最佳的方法令它飛得更遠，在閒時和朋友切磋一下技藝。除力度之外，擲出的角度、紙飛機前端的角度、機尾是否向上翹起和翹起的角度、甚至機身與機翼伸出闊度的比例等是否會令它飛得更遠，均和數學相關，我們會大概從這幾方面進行研究，務求令紙飛機飛得更遠。這項研究不單能為紙飛機世界大賽的參加者提供一個建議，而且能夠為未來的航天科技提供參考。

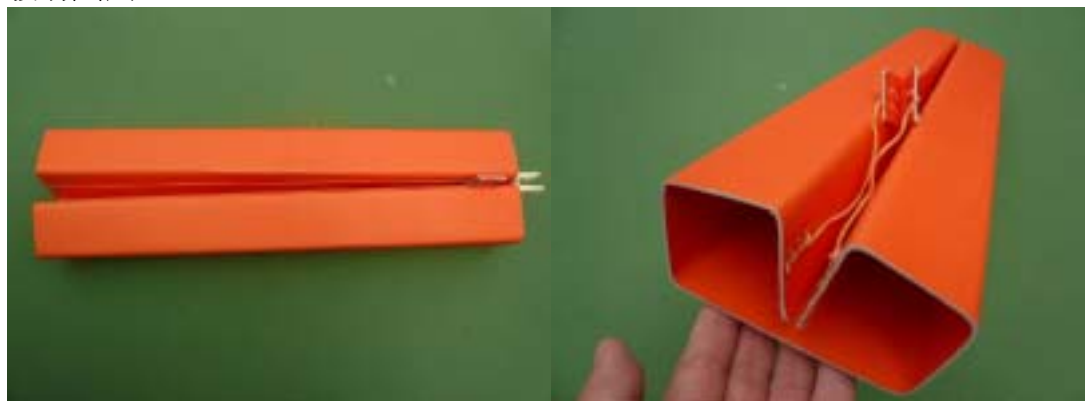
關鍵字：紙飛機、飛行

二. 假設

基於實驗過程之中不可能完全沒有誤差的關係，我們需要建立一些假設。我們假設紙飛機所用的紙質和大小是完全一樣的、進行實驗的場地無風影響實驗結果、發射紙飛機的橡皮筋每次射出的力度皆同、發射紙飛機的角度次次相同。

三. 模型簡要

我們決定從機身重心、機身重量、機身長度的、機翼夾角這四方面進行研究，因為我們覺得這些內在因素會影響紙飛機飛行的距離。我們製造了一個紙飛機發射器(定力發射台)(圖一(a)(b))，主要由紙皮，橡皮筋，衣夾組成，紙皮為發射器的機身；橡皮筋發射紙飛機——當橡皮筋連同紙飛機拉後時，橡皮筋會儲存勢能；當放開固定橡皮筋的衣夾時，儲存在橡皮筋內的勢能會轉化成動能將紙飛機發射出去。



圖一(a)

圖一(b)

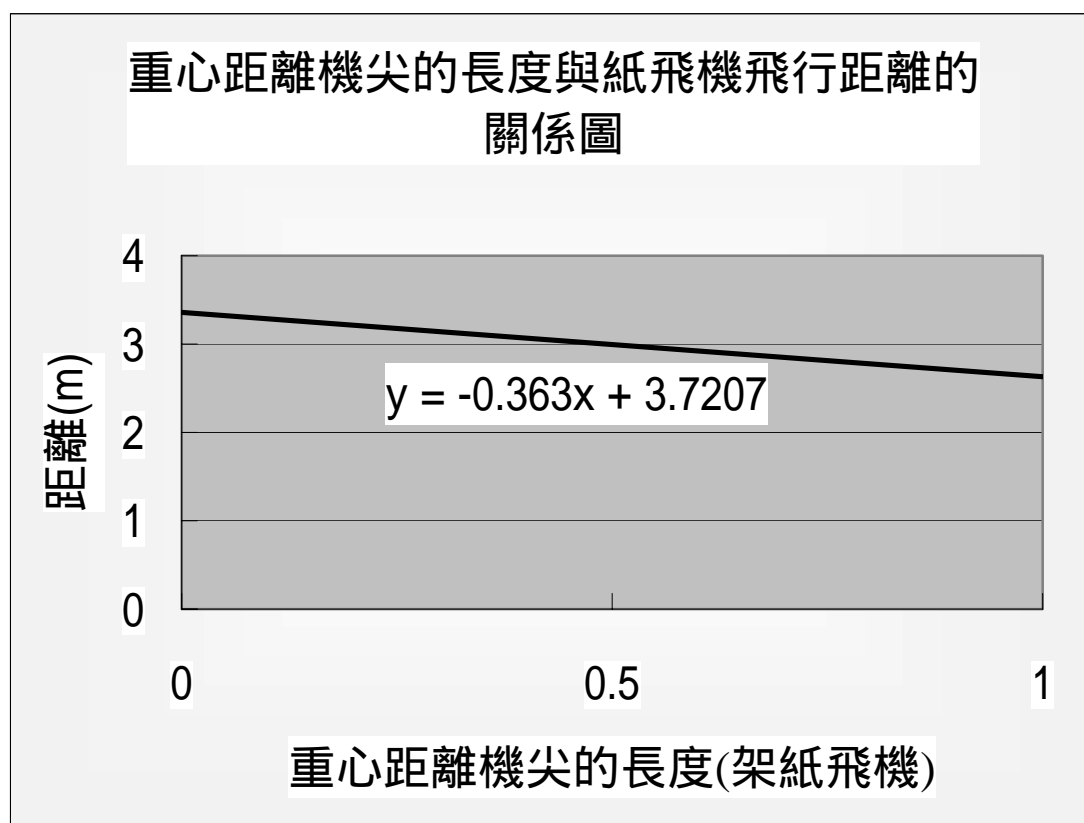
四.模型建立

我們爲了可以令實驗結果更準確，我們每組每款的紙飛機都嘗試 5 次，然後取其平均數，並以平均數作爲圖的來源資料。

※見圖一(a)(b)、圖二(a)(b)、圖三(a)(b)、圖四(a)(b)

重心距離機尖的長度與距離關係的數據列表			
重心距離機尖的長度(架紙飛機)	0	0.5	1
嘗試次數一的距離(m)	3.24	3.11	2.59
嘗試次數二的距離(m)	3.6	2.89	3.01
嘗試次數三的距離(m)	3.73	2.67	2.8
嘗試次數四的距離(m)	2.98	3.09	2.45
嘗試次數五的距離(m)	3.25	3.19	2.32
重心距離機尖的長度(架紙飛機)	0	0.5	1
平均數	3.36	2.99	2.634

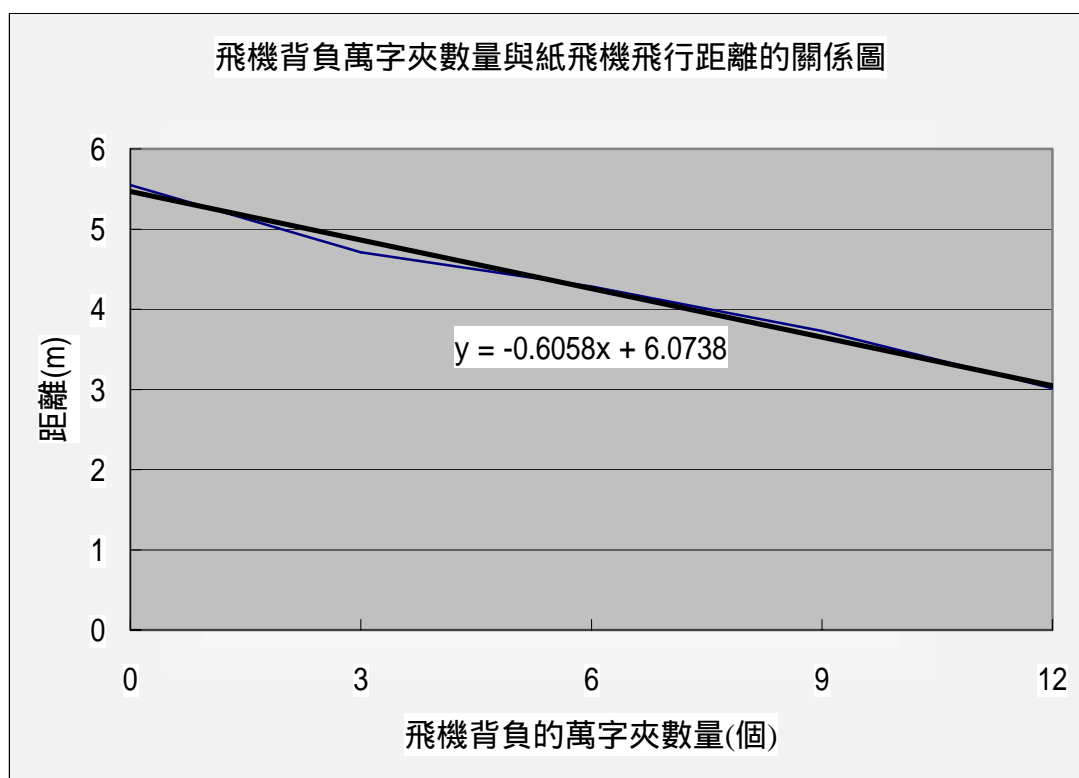
圖一(a)



圖一(b)

飛機背負的萬字夾數量(個)	0	3	6	9	12
嘗試次數一的距離(m)	6.01	4.68	4.11	3.61	2.78
嘗試次數二的距離(m)	5.03	4.92	4.29	3.93	2.92
嘗試次數三的距離(m)	5.79	4.91	4.32	3.72	3.24
嘗試次數四的距離(m)	5.68	4.28	4.12	3.82	3.14
嘗試次數五的距離(m)	5.24	4.76	4.57	3.56	2.98
飛機背負的萬字夾數量	0	3	6	9	12
平均數	5.55	4.71	4.282	3.728	3.012

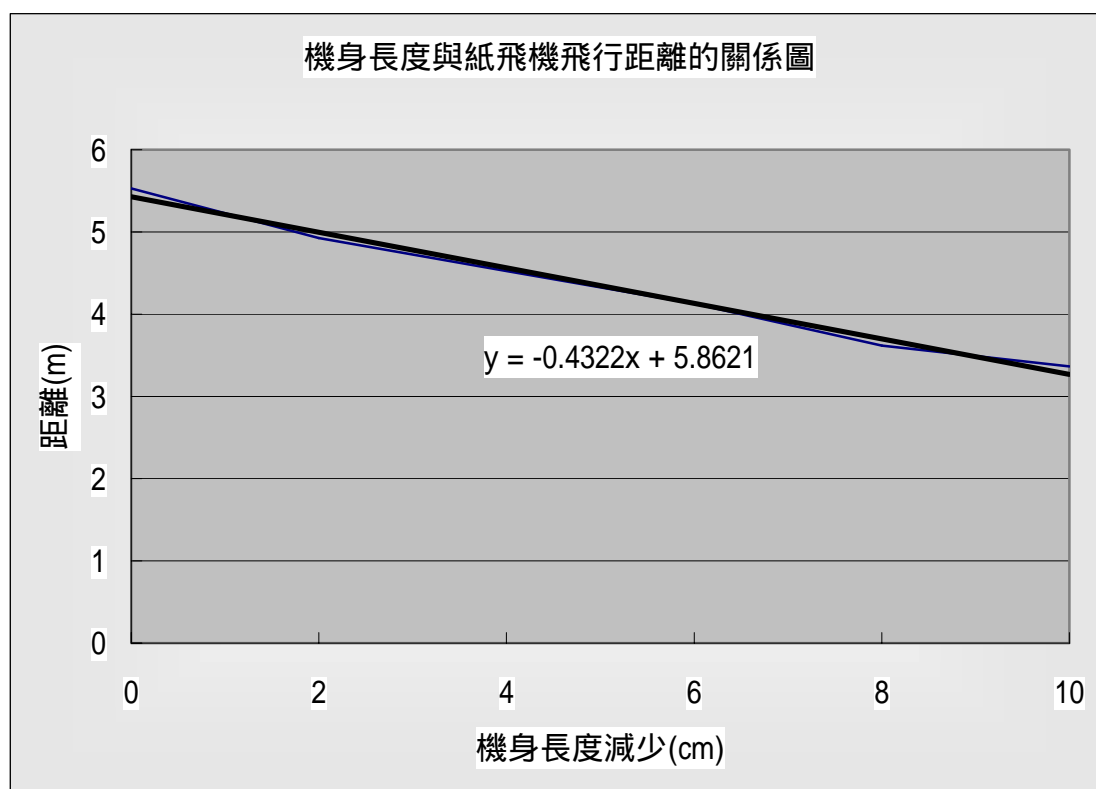
圖二(a)



圖二(b)

機身長度減少(cm)	0	2	4	6	8	10
嘗試次數一的距離(m)	6.01	5.19	4.53	4.24	3.72	3.49
嘗試次數二的距離(m)	5.02	4.88	4.61	4.33	3.64	3.34
嘗試次數三的距離(m)	5.59	4.81	4.48	4.12	3.4	3.67
嘗試次數四的距離(m)	5.78	4.63	4.23	3.95	3.55	3.21
嘗試次數五的距離(m)	5.24	5.13	4.77	4.01	3.79	3.12
機身長度減少(cm)	0	2	4	6	8	10
平均數	5.528	4.928	4.524	4.13	3.62	3.366

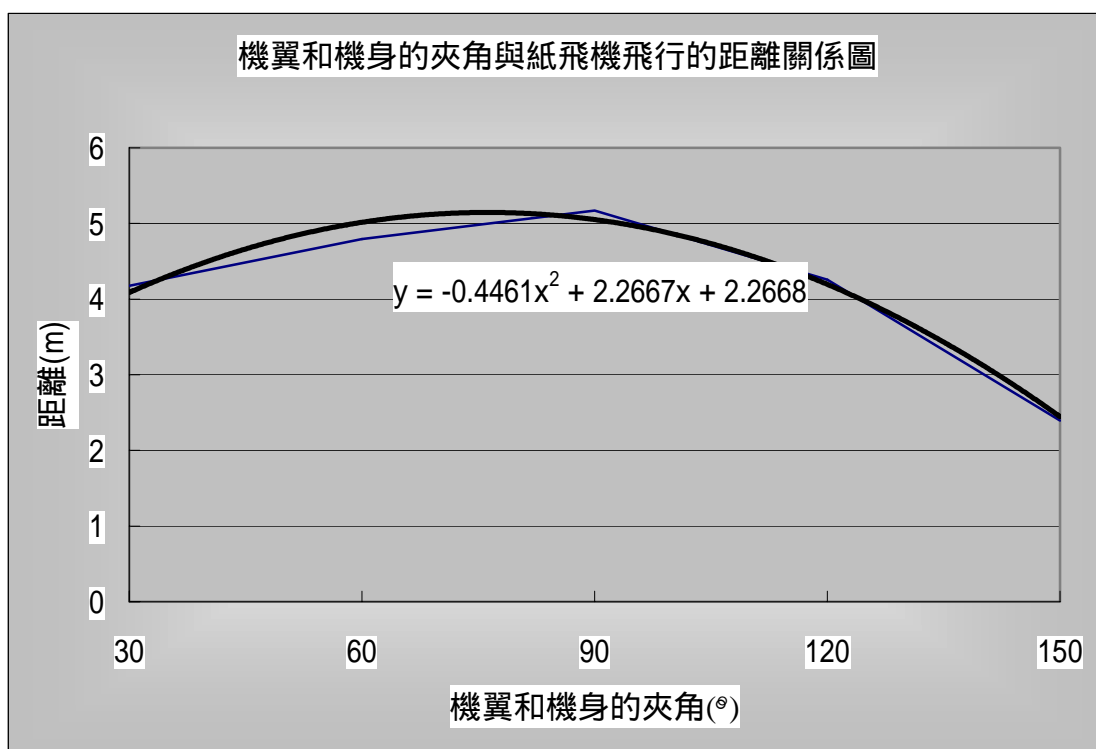
圖三(a)



圖三(b)

機翼和機身的夾角(°)	30	60	90	120	150
嘗試次數一的距離(m)	4.31	4.78	4.95	4.23	2.75
嘗試次數二的距離(m)	4.49	4.75	5.51	4.01	2.82
嘗試次數三的距離(m)	3.89	5.37	5.23	4.62	2.05
嘗試次數四的距離(m)	3.72	4.65	4.79	4.34	2.23
嘗試次數五的距離(m)	4.48	4.42	5.38	4.08	2.13
機翼和機身的夾角(°)	30	60	90	120	150
平均數	4.178	4.794	5.172	4.256	2.396

圖四(a)



圖四(b)

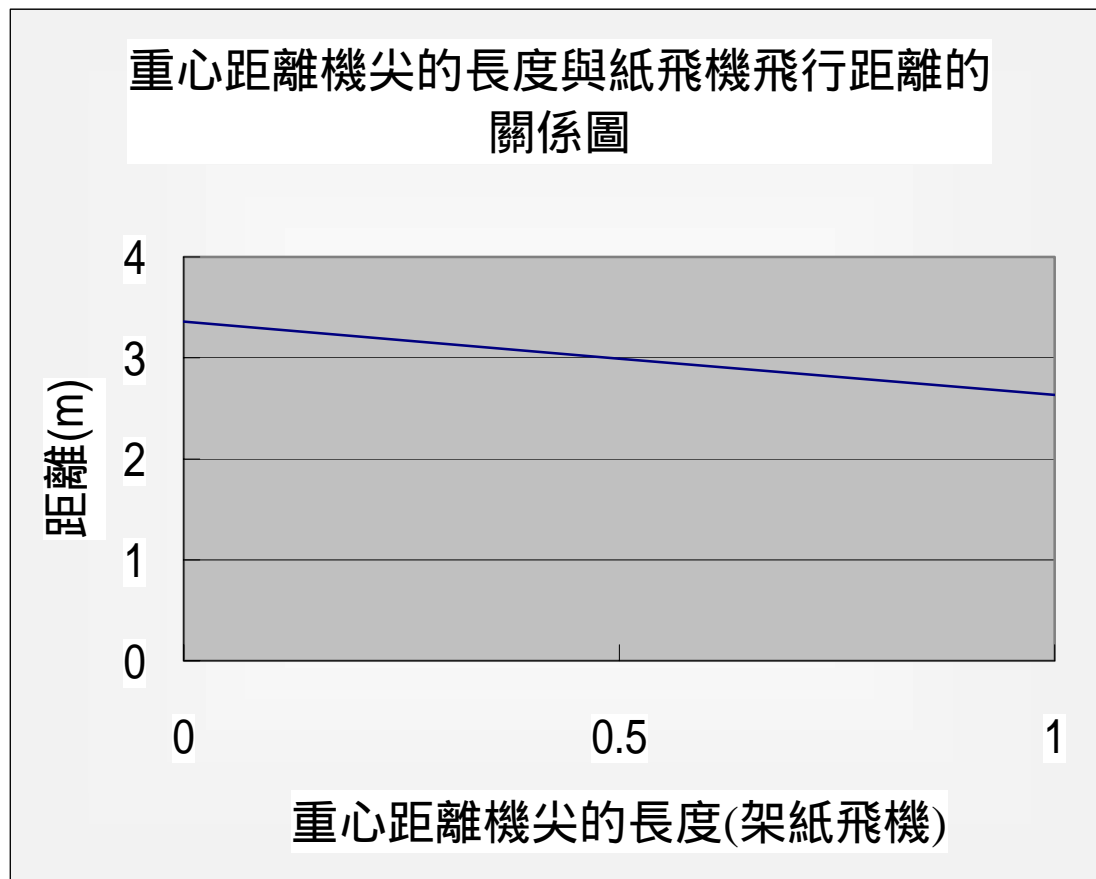
我們在同一個地方、同一個高度用定力發射台將紙飛機發射出去，量度紙飛機與

發射台的位置鉛垂點的最短距離，做成數據列表。

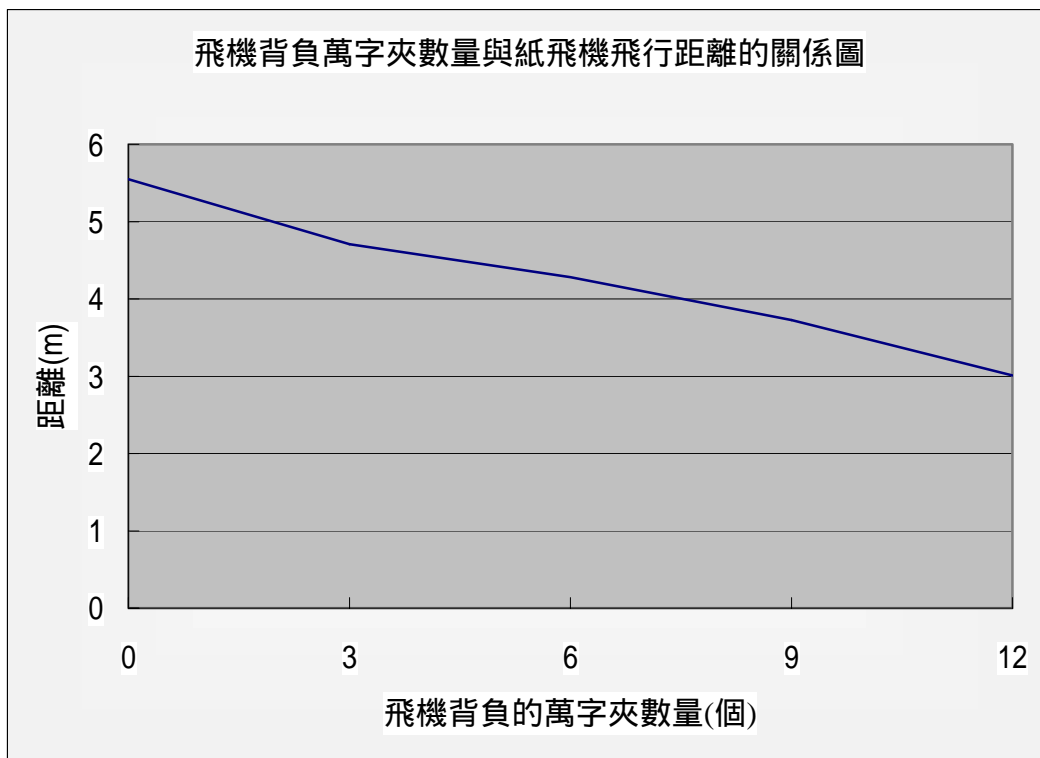
※見圖一(a)、圖二(a)、圖三(a)、圖四(a)

接着，我們根據數據列表製成折線圖。

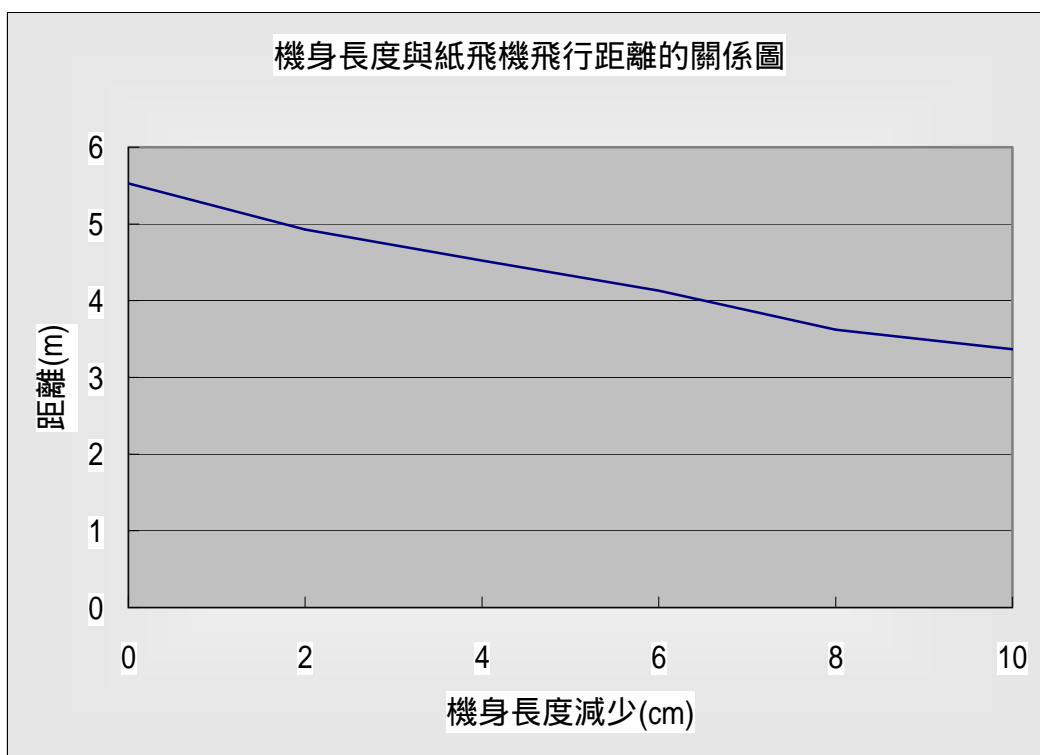
※見圖五至圖八



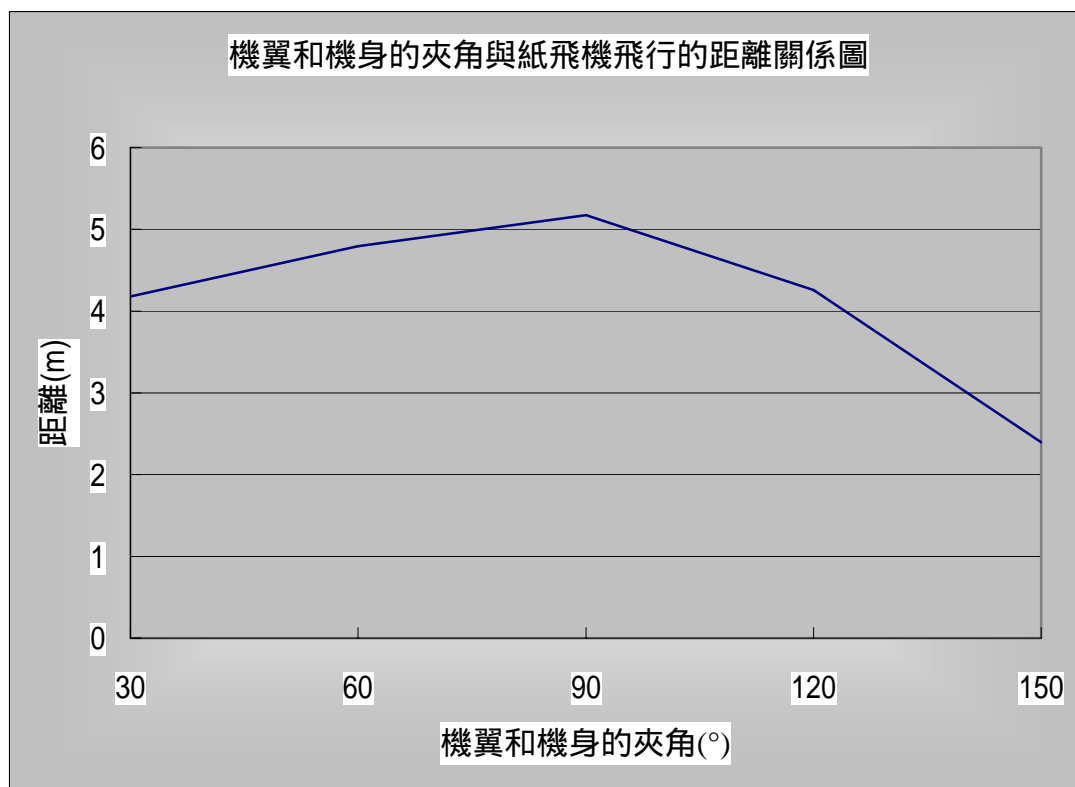
圖五



圖六



圖七



圖八

然後我們在圖中加上趨勢線，

※見圖一(b)、圖二(b)、圖三(b)、圖四(b)

並出其距離與各種外在因素的關係式。

1. 距離機尖的長度與距離關係式：設距離為 D ，重心距離機尖的長度為 H ，

$$D = -0.363H + 3.7207$$

2. 飛機背負萬字夾數量與紙飛機飛行距離關係式：設距離為 D ，飛機背負萬字夾數量為 N ，

$$D = -0.6058N + 6.0738$$

3. 機身長度的減少與紙飛機飛行距離關係式：設距離為 D ，機身長度減少 L ，

$$D = -0.4322L + 5.8621$$

4. 機翼和機身的夾角與紙飛機飛行距離關係式：設距離為 D ，機翼與機身的夾角為 A ，

$$D = -0.4461A^2 + 2.2667A + 2.2668$$

五.模型求解

根據以上關係式，我們運用了軟件 LINGO 編出了程式，

Model :

Max=D ;

H>0 ;

H<=1 ;

W>0 ;

W<=5 ;

L>0 ;

L<=5 ;

3.7207-0.363*H-D=0 ;

6.0738-0.60358*W-D=0 ;

5.8621-0.4322*L-D=0 ;

end

然後我們得出了結果，如下：

H	0.0000000
W	3.898572
L	4.954651

所以，重心與機尖的距離應該等於 **0** 和機身的重量應等於 **3.898572** 乘以 **3** 再減 **3**，即等於 **8.7**，然後長度應等於 **4.954651** 乘以 **2**，即等於 **9.9**。

六.模型檢驗

經過兩個月來的努力，我們的研究已基本完成，但是由於設計時間較短，該研究仍可有一些進一步改善的地方，例如：我們可以找一些能令風阻減至最低的地方，務求令影響實驗結果的變數如風速、風向等外在因素減至最少。但由於時間的限制，以致暫時只可用學校的電腦室來進行實驗；除此之外我們實驗用的紙飛機發射器可以有所改進，因為發射器還有很多影響實驗結果的外在因素如：發射紙飛機用的橡皮筋會因頻密的發射次數而變鬆，令實驗結果不準確、發射器發射紙飛機時的角度無法精準量度等；而且紙飛機的機尖會隨嘗試次數的增加而變軟、變皺，使紙飛機切入空氣時的氣流會有變化，可能會影響實驗結果，我們期望可以研究出一種方法解決這些問題。而我們綜合以上的資料，我們製作了一架相信可以飛得更遠的紙飛機。

七.總結

總括而言，在這次建模中，我們認為要做出一架飛得最遠的紙飛機，重心、重量、機身長度的、機翼與機身的夾角這四個外在因素，和紙飛機飛行的距離都有密切的關係。首先，根據我們實驗所得的資料顯示，重心要偏向紙飛機的尖端，可以在紙飛機的尖端加上 8 萬事夾或小量膠泥，要注意不要過量，因為會適得其反，縮短紙飛機飛行的距離；除此之外，紙飛機的機身越長，飛得越遠。但由於我們不能加長紙飛機的長度，所以只要保留它原有的紙張大小就好了；最後，機翼與機身的夾角應保持在 90° ，即機翼成水平，這是令飛機飛得遠的最佳角度。綜合以上四點，就能做出一架飛得最遠的紙飛機了！

八.參考文獻

<http://home.so-net.net.tw/5448/>

<http://www.ablmc.edu.hk/~scout/aviation.htm>

<http://www.wretch.cc/blog/ocean2005/4020554>

數學建模方法及其應用 韓中庚 著 高等教育出版社

九.鳴謝

中華傳道會劉永生中學校務處

中華傳道會劉永生中學 鄭德富校長

黃仲良副校長

吳家豪老師